

〈一般研究課題〉 回転デトネーションに関する理論的研究

助成研究者 中部大学 菊田 丈士



回転デトネーションに関する理論的研究

菊田 丈士
(中部大学)

Analytical Study of Rotating Detonation

Takeshi Kanda
(Chubu University)

Abstract :

The mechanism of rotating detonation is analytically discussed using a two-dimensional sheet model. Two ratios are employed in this discussion: the ratio of the sonic point width to the detonation front width, and the ratio of the effective mixture injection area to the injection area. Mass, momentum, energy, and angular momentum conservations are used to determine these ratios. The calculated results are in reasonable agreement with past experimental and numerical findings. The present model succeeds to clarify the features and overall mechanism of the rotating detonation and to specify flow field of the rotating detonation under given boundary conditions, e.g., the velocity deficit and the effective injection area ratio. The specific impulse of a rotating detonation rocket engine was lower than that of an ordinary rocket engine when the combustion gas expanded to 1 atm. The thrust coefficient and the specific impulse of an air-breathing rotating detonation engine were shown to be lower than those of a ramjet engine, respectively.

1. はじめに

一般的なデトネーションは管内で発生する。円筒内部表面に傾斜をもって発生し、回転しながら一定の流れ方向位置に定在するのが回転デトネーション (Rotating Detonation, RD) である。図1に概念図を示す。デトネーションで発生する高圧を利用する回転デトネーションエンジン (Rotating Detonation Engine, RDE) の研究も進められている^{1,2)}。

RDでは衝撃波の速度が理論的なChapman-Jouguet (CJ)速度よりも小さいことが知られているが

その程度は不明である。またデトネーションによる高圧により、混合気の噴射が阻害されるが、その範囲についても各種の報告がある。このようにRDには未解明な現象が残されている。本研究はRDの構造を解析的に検討し、衝撃波速度の低下や噴射阻害領域を定量的に明らかにしたのでその結果について紹介する。また本モデルを用いてエンジン特性を検討した。成果はアメリカ物理学会誌 *Physics of Fluids* に掲載された[3]。ここではその概要を紹介する。

2. 解析方法

2.1 モデルおよび座標系

RDは通常、二重円筒間で発生させる。本検討では円筒間の厚みを0とする2次元シートモデルを用い、断面積一定の円筒を仮定する。また流体は非粘性とした。デトネーションの検討では衝撃波面に原点をおく相対座標系を用いることが多く、この座標系はZeldovich-von Neumann-Doering (ZND)モデルと呼ばれる。本研究でもZNDモデルを用いた。図2に噴射面近傍の様子を示す。

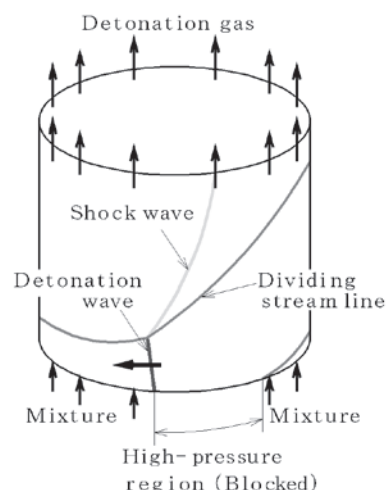


図1 回転デトネーション概念図

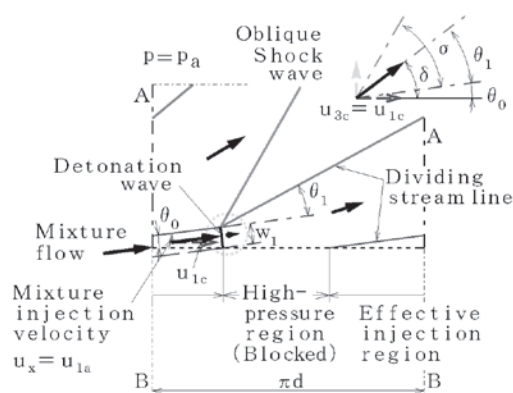


図2 RD衝撃波近傍の様子(ZNDモデル)

2.2 混合気の噴射

衝撃波が流れ方向に定在するとき、下記の関係が成り立つ。

$$v_i = u_i = u_D \sin \theta_0 \quad (1)$$

v は絶対速度、 u は相対速度を表し、添え字 i は噴射、 D はデトネーション波を示す。 θ_0 は混合気と燃焼領域との分割流線の角度を表す。混合気はデトネーションによって生じる高圧により部分的に噴射を阻害される。有効な噴射領域割合を η_i とする。このとき

$$w_1 / (\pi d) = (\eta_i \cdot u_i) / (u_D \cos^2 \theta_0) \quad (2)$$

ここで d は円筒の直径である。 η_i が大きいと流入流量が大きくなるが、後述のように高圧部が小さくなるため流入運動量 F_i が減少する。

2.3 音速条件と衝撃波速度

自由境界でのデトネーションでは、音速点(添字2)での断面積 w_2 がデトネーション正面(添字1)での断面積 w_1 よりも大きくなる⁴⁾。この比を η_{ws} とする。

$$\eta_{ws} = w_2 / w_1 \quad (3)$$

w_1 と w_2 の間の平均圧力に音速点での圧力 p_2 を用いると、デトネーション入口と音速点の間の運動量の保存則は以下のようにまとめられる。

$$p_2 / p_1 = (1 + \gamma_m M_1^2) (1 + \gamma_c \cdot \eta_{ws}) \quad (4)$$

M はマッハ数、 γ は比熱比であり、添字 m は混合気を、添字 c は燃焼ガスを表す。他方、運動量保

存則と質量保存則を組合せると以下のとおりとなる。

$$p_2/p_1 = M_1/\eta_{ws} \cdot \sqrt{(\gamma_m R_c T_2)/(\gamma_c R_m T_1)} \quad (5)$$

一方エネルギー保存関係は以下のように表される。

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2}{(\gamma_c + 1)} \left\{ \frac{c_{pm}}{c_{pc}} \left(1 + \frac{\gamma_m - 1}{2} M_1^2 \right) + \frac{q}{c_{pc} T_1} \right\} \quad (6)$$

(4)、(5)、(6)式を用いると下記の関係が導かれる。

$$\begin{aligned} \alpha M_1^4 - 2\beta M_1^2 + 1 &= 0, \\ \alpha &= \gamma_m^2 - \frac{(\gamma_c \cdot \eta_{ws} + 1)^2}{(\gamma_c + 1)\eta_{ws}^2} \cdot \frac{\gamma_m^2}{\gamma_c^2} \cdot (\gamma_c - 1) \\ \beta &= \frac{(\gamma_c \cdot \eta_{ws} + 1)^2}{(\gamma_c + 1)\eta_{ws}^2} \left\{ \frac{\gamma_m^2}{\gamma_c^2} \frac{(\gamma_c - 1)}{(\gamma_m - 1)} + \frac{\gamma_m R_c}{\gamma_c R_m c_{p,c}} \frac{q}{T_1} \right\} - \gamma_m \end{aligned} \quad (7)$$

デトネーションマッハ数 M_1 は η_{ws} の関数である。また η_{ws} はデトネーション圧力 p_i とも関係し、流入運動量 F_i とも関係する。

2.4 噴射面高圧域

噴射面近傍での衝撃波、膨張波の様子を図3示す。端面にかかる圧力に p_2 を用いると F_i は

$$F_i \approx \dot{m}_i \cdot u_i + \pi d \cdot \{\eta_i \cdot p_i + (1 - \eta_i) \cdot p_2\} \quad (8)$$

となる。音速点から下流での膨張波を、音速点両端からの膨張波で代表させる。一方の端点からの膨張波は、他方の端点からの膨張波と干渉する。更に壁面で反射した膨張波とも干渉する。音速点下流での燃焼ガスの膨張が両側で等しいと仮定すると、膨張後の噴射面での圧力が混合気の噴射圧力 p_i と等しい状態(図3、 i 領域)となる、端点でのプラントルマイヤー関数は、他点および反射による干渉があるため、最終的な値の1/4で良い。

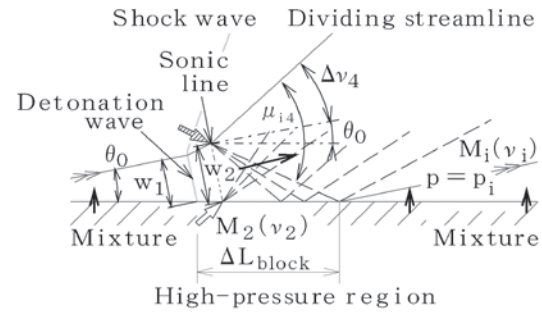


図3 音速点近傍での膨張波

この関数値とマッハ角、 θ_0 を用いると、噴射阻害域の長さ ΔL_{block} は、

$$\Delta L_{block} = \frac{w_1 \eta_{ws} \cdot \cos \theta_0}{\tan\{\mu_{i4} - (\theta_0 + \Delta v_{i4})\}} \quad (9)$$

(8)式を用いると η_i は次のように表される。

$$\eta_i = 1 - \frac{1}{\pi d} \cdot \frac{w_1 \cdot \cos \theta_0}{\tan\{\mu_{i4} - (\theta_0 + \Delta v_{i4})\}} \eta_{ws} \quad (10)$$

(2)式と(10)式から下記の関係が導かれる。

$$\frac{\eta_i \cdot \sin \theta_0}{\cos^2 \theta_0} = \frac{1 - \eta_i}{\frac{\cos \theta_0}{\tan\{\mu_{i4} - (\theta_0 + \Delta v_{i4})\}} \eta_{ws}} \quad (11)$$

2.5 出口条件

入口で混合気が流れ方向に噴射される時点で入口での角運動量は0である。よってこのとき出口

での角運動量も0となり、絶対座標系では周回転速度成分は0である。

$$v_{ec}=0 \quad \text{and} \quad v_{ea}=v_e=u_{ea} \quad (12)$$

添字aは円筒の軸方向、cは回転方向を表す。ZNDモデルでは

$$u_{ec}=u_{1c}=u_D \cos \theta_1 \quad (13)$$

RD自体は超音速現象であるが、円筒出口で軸方向速度は音速以下である可能性がある。よって出口圧力 p_e を環境圧 p_a とする。このときZNDモデルでの軸方向の運動量は、絶対座標系での運動量に等しい。

$$F_{ea}=\dot{m}_i \cdot u_{ea}+p_e \cdot (\pi d) \quad (14)$$

混合気噴射圧力 p_i を増やし u_{ea} が音速に達した後は、円筒内部の流れ構造は相似に保たれる。

円筒は断面積一定であるので F_{ea} は流入運動量 F_i と等しい。 F_i を使うと出口での速度 u_{ea} は、

$$u_{ea} = v_e = v_i + \frac{\{\eta_i p_i + (1 - \eta_i) p_2 - p_a\}}{(\rho_1 v_i \eta_i)} \quad (15)$$

となる。またエネルギー保存則より出口密度 ρ_e は、

$$\rho_e = \frac{p_a}{\frac{R_c}{c_{pc}} \left(h_{tc} - \frac{1}{2} \left(v_i + \frac{\eta_i p_i + (1 - \eta_i) p_2 - p_a}{\rho_1 v_i \eta_i} \right)^2 \right)} \quad (16)$$

となる。(15)、(16)式より出口での流量 $\dot{m}_e$ を求められる。 $\dot{m}_e$ は $\dot{m}_i$ と等しいので下記の式が導かれる。

$$\frac{1}{2} \gamma_m M_i^2 A^2 + \left(\frac{p_a}{p_i} \frac{1}{\eta_i} \frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1} - 1 \right) A + \left(\frac{p_a}{p_i} \frac{1}{\eta_i} \frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1} - \frac{q_c}{R_m T_i} \right) = 0 \quad (17)$$

$$A = \left\{ \eta_i + (1 - \eta_i) \frac{p_2}{p_i} - \frac{p_a}{p_i} \right\} / (\gamma_m M_i^2 \cdot \eta_i)$$

混合気の種類、 p_i や v_i 、 p_a 等が与えられた条件で(11)式と(17)式を解くことにより、 η_i と η_{ws} が一意に決まり、RDの流れ場が一意に決まる。

2.6 RDEエンジン性能計算

RDEの最高圧である混合気噴射総圧を1 MPaとし、円筒燃焼器出口で音速とし、1気圧まで燃焼ガスを等エントロピー膨張させた時のロケットモードの比推力を計算した。比較のため、推進剤噴射総圧をRDEと同じにして作動させた場合の従来型ロケットエンジンの比推力も計算した。推進剤は当量比1の水素・酸素とした。

高圧の混合気噴射圧が必要とされることから、空気吸込エンジン (ABE) モードの性能はLi等⁵⁾と同様の超音速飛行で性能を計算した。飛行マッハ数2.5、飛行動圧24 kPaである。図4に概念図を

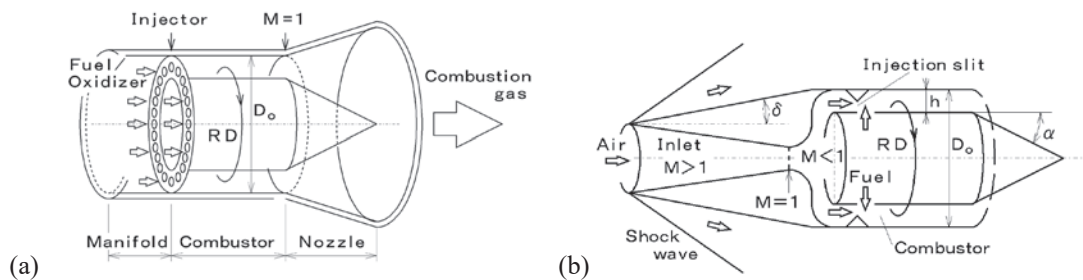


図4 (a) ロケットモードRDE概念図、(b) ABEモードRDE概念図

示す。先端の半頂角 δ を 15° 、中心体の開角 α を 30° 、直径 $D_0 = 1$ m、流路高さ $h = 0.1$ mとし、推進剤は水素とした。比較対象はラムジェットエンジンとした。

3. 結果および考察

3.1 RD作動特性および過去の結果との比較

図5に速度欠損の様子を示す。横軸は混合気マニホルド圧 p_{0t} の p_a に対する比である。それぞれの線の右端は軸方向速度が音速になった状態を表す。音速に達する以上の p_{0t} では、円筒内流れ構造が相似となるために、速度欠損は音速での値となる。噴射圧比の増加と共に、また噴射マッハ数の増加と共に速度欠損は大きくなった。実験条件により1から0.5の間の値をとることがわかる。Matsuoka等の実験値⁶⁾とよい一致を示している。

図6に η_i を示す。Noda等⁷⁾、Matsuoka等⁶⁾との結果とは良い一致を示した。Rankin等⁸⁾の結果が計算値よりも高いが、本モデルによると燃焼効率が低いと η_i が数%高くなる。このことも一因と考えられる。

図7に比推力を示す。音速に達したあとは、円筒内部の圧力の上昇に伴い環境圧による損失が相対的に減少するため、 p_{0t}/p_a の増加に伴って比推力が上昇する。Noda等⁷⁾、Goto等⁹⁾の実験結果とよい一致を示している。

3.4 RDEエンジン性能

本モデルの結果は実験および計算結果とよい一致を示すことが確認された。本モデルを用いてロケットエンジンモードRDEと従来型のロケットエンジンの比推力と、燃焼器出口での総圧を計算した。推進剤マニホルド圧は1 MPaであり、ロケットエンジンの推進剤噴射圧損は燃焼室圧の20%とした。

RDEの比推力、総圧はそれぞれ1390 m/s、0.175 MPaであり、ロケットエンジンでは2520 m/s、0.709 MPaであった。RDEの総圧が低いのは、高いデトネーション圧による燃焼ガスの逆流を防ぐために、推進剤マニホルド圧が高く、噴射された推進剤が非常に強い衝撃波を通過するためである。

ABEモードでは、燃焼ガスの逆流を防ぐため、推進剤を高圧で噴射し非常に強い衝撃波を通過させる $M_i = 0.45$ 条件とした。エンジンに流入する空気は、等エントロピー圧縮により減速されたのち、噴射器から燃焼器に噴射される。エンジンでデトネーションに供される以外の空気は、フォ

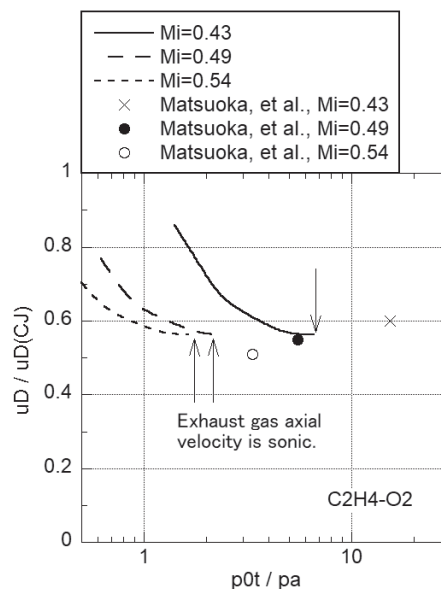


図5 エチレン-酸素における速度欠損

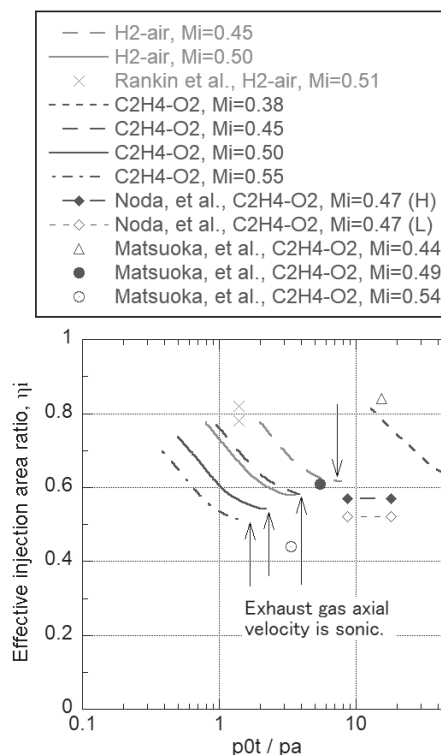


図6 有効混合気噴射割合

アプレートによりエンジン外に逃がされる。

RDEの推力係数 C_F と比推力を図8に示す。 C_F の定義は下記のとおりである。

$$C_F = F / (A_{eng} \cdot q_{\infty}) \quad (18)$$

フォアプレートでの抗力は円錐衝撃波により計算した。 $I_{sp} = 8380$ m/s、 $C_F = 0.0858$ であった。ラムジェットでは $I_{sp} = 32000$ m/s、 $C_F = 1.80$ であった。ABE-RDEの C_F が大幅に低いのは、空気取入口面積がエンジン断面積の0.136しかなく、その他の空気が抵抗になるためである。

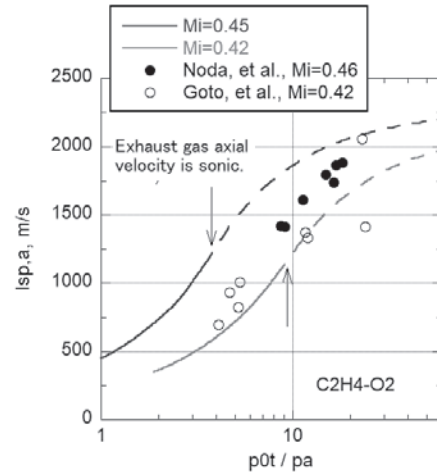


図7 比推力

4. 結論

RDの流れ構造を保存則に基づき解析的に検討した。音速点とデトネーション正面との面積比 η_{ws} と、有効噴射領域比 η_i の2変数を解くことにより、与えられた境界条件に対するRDの流れ場を特定することができた。計算結果は過去の実験・計算結果により検証した。このモデルにより速度欠損や有効噴射領域等を示すことができた。

このモデルを用い、ロケットモードおよびABEモードにおけるRDEの性能を推算した。ロケットモードでは圧力が低いために、従来型ロケットよりも低い比推力となった。ABEモードでは比視力、推力係数ともにラムジェットを下回った。

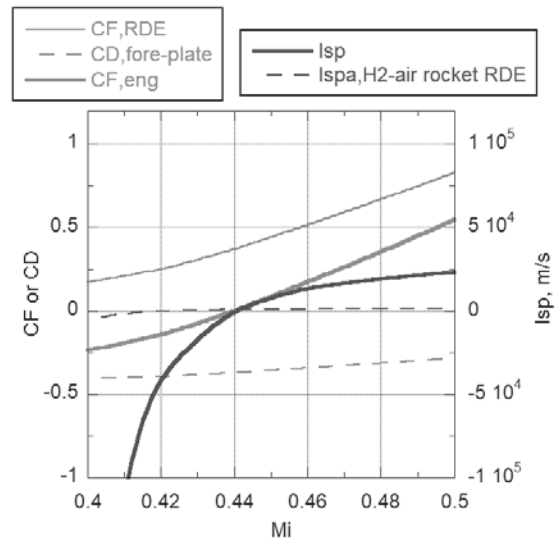


図8 ABEモードRDEの C_F と I_{sp}

参考文献

- 1) J. Z. Ma, et al., "Recent progress, development trends, and consideration of continuous detonation engines," *AIAA J.* 58, 4976-5035 (2020).
- 2) J. Sousa, et al., "Development of a fast evaluation tool for rotating detonation combustors," *Appl. Math. Model.* 52, 42-52 (2017).
- 3) T. Kanda and H. Inagaki, "Analytical study of rotating detonation and engine operating conditions," *Physics of Fluids*, 36, 116113 (2024).
- 4) T. Fujiwara and S. Tsuge, "Quasi-one-dimensional analysis of gaseous free detonation," *J. Phys. Soc. Jpn.* 33, pp. 237-241 (1972).
- 5) R. Li, et al., "Nozzle design for rotating detonation engine," *J. Propul. Power* 38, 849-865 (2022).
- 6) K. Matsuoka, et al., "Experimental investigation on a rotating detonation cycle with burned gas backflow," *Combust. Flame*, 225, 13-19 (2021).

- 7) T. Noda, et al., “Impact of mixture mass flux on hydrodynamic blockage ratio and Mach number of rotating detonation combustor,” *Acta Astronaut.* 207, 219-226 (2023).
- 8) B. A. Rankin, et al., “Evaluation of mixing processes in a non-premixed rotating detonation engine using acetone PLIF imaging,” AIAA Paper 2016-1198, San Diego, USA (Jan. 2016).
- 9) K. Goto, et al., “Propulsive performance and heating environment of rotating detonation engine with various nozzles,” *J. Propul. Power*, 35, 213-223 (2019).