

〈一般研究課題〉 構造最適化を用いた

大スパン木質構造物の構造設計法の構築

助成研究者 名古屋市立大学 木村 俊明



構造最適化を用いた 大スパン木質構造物の構造設計法の構築

木村 俊明
(名古屋市立大学)

Development of Structural Design Approach for Large Span Wooden Structures Using Structural Optimization

Toshiaki KIMURA
(Nagoya City University)

Abstract :

This paper presents an optimization method of the joint arrangement for shell structures composed of CLT panels. The joining system is modeled as link elements with multidirectional stiffness. Their stiffnesses are computed by multiplying the weight parameters defined as the design variables by the original stiffnesses. Furthermore, the joint arrangement is controlled by multiplying a power-law function to design variables. An optimization problem is formulated to minimize the strain energy. The effectiveness of the proposed method is shown through numerical examples. It is confirmed that the joint arrangement in each direction is optimized, corresponding to the stress state.

1. 序

大スパン構造物は形と力が密接した関係にあり、構造形態が建築物の造形に影響を与える。設計では、力に応じた適切な形を選択する必要がある。更に、近年では、環境負荷低減を志向する傾向にあり、省資源化が望まれる。設計要求は多岐に渡り、構造設計者は限られた時間で慎重かつ迅速に設計判断することが求められる。ところで、直交集成板(以下CLT)は、ラミナを幅方向に並べ、繊維方向が直交するように積層接着された板状の木質系材料を指す。2016年の基準強度の告示化、一般的な設計法に関する技術的基準¹⁾の整備に伴い、CLTを構造材料として採用することが容易に

なった。CLTの床版を設計する場合、一般的には二辺単純支持として強軸方向(最外層ラミナの繊維方向)に応力伝達させる。CLTの製作・運搬上の寸法限界を超える場合は、複数のパネルを適切に連結する必要がある。また、平板の場合は、鉛直荷重に対して面外力(曲げモーメント、面外せん断力)を伝達できる接合具により連結しなければならない。シェル構造のような立体架構となれば、さらに面内力(膜力、面内せん断力)にも配慮する必要がある。CLTを用いた二方向版や立体架構の設計法は十分に確立しているとは言い難く、個々の構造物に応じて研究開発されている²⁻⁵⁾。野田らは、CLTパネルを円弧状に並べ、複数の接合部で連結したシェル構造(以下、CLT シェル、図1)を提案した⁶⁾。CLTシェルは構造要素(CLTパネル)および連結要素(接合具群)で構成され、力学性状がそれらの結合関係(以下、位相構造)に依存する離散型空間構造⁷⁾に分類することができる。CLTシェルにおいて、連結要素の合理的な位相構造を計画するためには、設計者は連続体構造とは異なる力の流れを意識し、相互に影響しあう連結要素の配置や剛性等を調整しながらシェル全体の応力状況を確認する必要がある。このような複雑な問題に対して、構造最適化を行い、反復的な作業を計算機で処理出来れば、設計業務の効率化に有用であると考えられる。

構造最適化の一つに位相最適化がある。トラス構造や骨組構造のような離散型構造へ応用した事例が数多く確認できる^{8,9)}。Bendsøeらが提案した均質化法¹⁰⁾は連続体を構成する微視構造の孔の大きさを最適化し、構造物の位相を求める手法である。藤井ら¹¹⁾は均質化法を用いてコンプライアント・メカニズムの位相最適化をしている。微視構造のトポロジーを制御し、複合材料で構成された連続体の構造性能を最適化した事例もある¹²⁾。本研究で対象とするCLTシェルのような木質構造において、剛接合の実現は難しく、接合部の剛性を適切に評価する必要がある。鋼構造骨組で接合部剛性に着目した事例はいくつか確認できる。松本ら¹³⁾は半剛接合された鋼構造骨組の最適設計を行っている。Hagishitaら¹⁴⁾は半剛接骨組のブレース配置を最適化している。福島ら¹⁵⁾は接合部剛性を考慮した木質構造の単層ラチスシェルの形状最適化を行っているが、接合部剛性を評価して木質空間構造を最適化した研究は筆者の知る限り極めて少ない。

本論文は、CLT シェルを対象とし、位相最適化を用いてパネル同士を連結する接合具の構成を求める方法を提案する。まず、接合具の仕様にに基づき、軸方向剛性、面内・面外せん断剛性および面外曲げ剛性(回転剛性)で構成される連結要素を定義する。これらの剛性を既存の設計式や実験結果を基にばね要素で評価する。次に、連結要素の重み付けパラメータを設計変数として、外力仕事と等価であるひずみエネルギーを目的関数、連結要素数の上限を制約条件とする最適化問題を定式化する。数値解析例では円筒形状のCLTシェルに対して最適化を行い、得られた解について力学的特性を考察する。

2. CLTシェル

2.1. 概要

本論文では、 $L_x \times L_y = 8 \text{ m} \times 8 \text{ m}$ の矩形平面で、ライズ $h = 1 \text{ m}$ の円筒CLTシェルを最適化対象とする。以後、 X 方向をアーチ方向、 Y 方向を母線方向と呼ぶ。例えば、8枚のCLTパネルと56個の連結要素で構成されたCLTシェルの形状は図1に示す通りである。

本論文ではCLTパネルは等幅とする。連結要素の軸方向を x 方向、面内せん断方向を y 方向、面外せん断方向を z 方向として表す。連結要素は、面内軸ばね剛性 D_x 、面内せん断ばね剛性 D_y 、面外

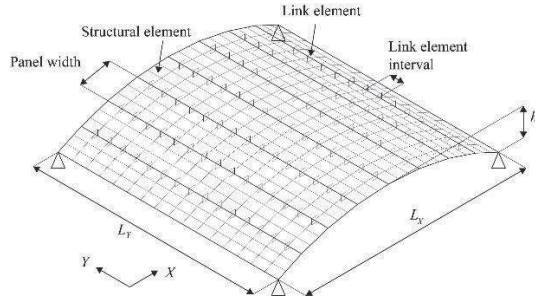


図1. 解析モデル (Ref.model)

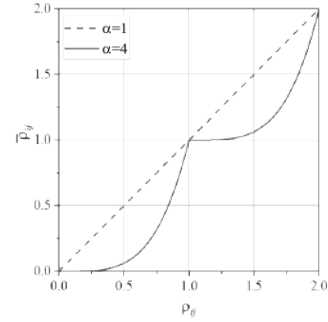


図2. 重み付け係数 $\rho_{ij} (\alpha_i = 1, 4, \beta_i = 2)$.

表1. CLT (S60-5-5)の材料特性

	Modulus of elasticity E (N/mm ²)		Modulus of shear elasticity G (N/mm ²)		Poisson's ratio
	In-plane	Out-of-plane	In-plane	Out-of-plane	
Strong axis	3,600	4,752	500	54.5	0.3
Weak axis	2,400	1,248		27.2	

表2. 連結要素のバネ剛性

D_x (kN/mm)		D_y (kN/mm)	D_z (kN/mm)	R_y (kNm/rad)
Comp.	Tens.			
901	105	7.30	14.8	901

せん断ばね剛性 D_z および母線方向まわりの回転ばね剛性 R_y を並列した4つのばね要素で構成する。CLTパネルには、面内力(膜力および面内せん断力)、面外力(曲げモーメント、ねじりモーメントおよび面外せん断力)が生じる。

本論文では、有限要素法による線形静的解析を行う。構造解析にはOpenSees²²⁾を使用する。CLTパネルは、四角形シェル要素 (ShellMITC4) で離散化する。S60-5-5を想定し、板厚 150 mm (ラミナ厚 30 mm)とする。材料特性は直交異方弾性体を仮定し、ラミナの繊維方向弾性係数を 6000 N/mm²とする(表1)。CLTパネルの強軸方向はアーチ方向と一致させる。一般に、CLTパネルは面内・面外方向で異なる弾性係数を持つが、本論文では簡単のため、相乗平均値を用いる。ポアソン比は既往研究³⁾に基づき0.3とする。境界条件は四隅をピン支持とする。外力は自重(単位体積重量5.0 kN/m³)のみを考慮し、負担面積に応じて各節点に集中荷重として載荷する。

2.2. 接合部の構成とモデル化

既報⁶⁾で詳細に説明されているため、説明を省略する。1 m間隔で配置された連結要素のばね剛性(軸、せん断、曲げ)を表2に示す。

3. 最適化問題の定式化

総数 n の連結要素をパネル連結部に配置する。総数を軸方向毎で $n_i (i=x, y, z)$ と表す。 j 番目の連結要素における軸剛性(引張)、面内せん断剛性、面外せん断剛性および回転剛性をそれぞれ D_{xij} , D_{yij} , D_{zij} および R_{yij} とする。各連結要素、各方向の剛性に対する重み付けパラメータを $\rho_{ij} \in [0, \beta_i]$ とする。 β_i は方向毎のパラメータの上限値を表す。初期形状(以下、初期状態)では全ての連結要素において $\rho_{ij}=1$ とする。パラメータの合計を方向毎で集約すれば、初期形状では $\sum \rho_{ij}=n_i$ となる。本論文では ρ_{ij} を設計変数とし、最適化により連結要素の構成を求める。 $\rho_{ij}=0$ の時、当該箇所の連結要素の剛性は0となり、接合具は配置しないことを表す。一方、 $\rho_{ij}=\beta_i$ の時、 β_i 倍した剛性を持つ接合部を配置する。本論文では、 ρ_{ij} を次式のように評価し、非整数値で分布することを防ぐ²⁰⁾。

$$\bar{\rho}_{ij} = [\rho_{ij}] + (\rho_{ij} - [\rho_{ij}])^{\alpha} \quad (1)$$

ここで、 α_i は方向毎のペナルティパラメータを表し、 $\alpha_i \geq 1.0$ とする。 $[\rho_{ij}]$ は ρ_{ij} の整数部分を表す。 $\alpha_i=1, 4$ 、 $\beta_i=2$ における ρ_{ij} と $\bar{\rho}_{ij}$ の関係を図2に示す。

最適化過程における軸剛性(引張)、面内せん断剛性および面外せん断剛性をそれぞれ $\bar{D}_{xTj}$ 、 $\bar{D}_{yj}$ および $\bar{D}_{zj}$ とする。これらは初期状態の剛性に重み付けパラメータ $\bar{\rho}_{ij}$ を乗じ、式(2)のように表す。

$$\bar{D}_{xTj} = \bar{\rho}_{xj} \cdot \bar{D}_{xTj}, \bar{D}_{yj} = \bar{\rho}_{yj} \cdot \bar{D}_{yj}, \bar{D}_{zj} = \bar{\rho}_{zj} \cdot \bar{D}_{zj} \quad (2)$$

次に最適化過程における回転剛性を示す。まず、 $\bar{D}_{xTj}$ を用いて j 番目の連結要素の引張側軸剛性 $\bar{K}_{RTj}$ と中立軸の位置 $\bar{x}_n$ を式(3)、(4)のように表す。

$$\bar{K}_{RTj} = \bar{\rho}_{xj} \cdot \bar{D}_{xTj} / n_{LSB} \quad (3)$$

$$\bar{x}_n = \{\bar{K}_{RTj}(D-d_t) + K_{RCj}d_c\} / (\bar{K}_{RTj} + K_{RCj}) \quad (4)$$

本論文では、簡単のため、式(4)内 K_{RCj} における圧縮側の平行層ラミナの負担幅 b は隣接する重み付けパラメータの有無に関わらず、一定(1 m)とする。これらを用い、最適化過程の回転剛性 $\bar{R}_{yj}$ を式(5)のように表す。

$$R_{yj} = \bar{K}_{RTj}(D-d_t-\bar{x}_n)^2 + \bar{K}_{RCj}(\bar{x}_n-d_c)^2 \quad (5)$$

本論文では、CLT シェルの弾性ひずみエネルギーを目的関数とする。設計変数である重み付けパラメータ ρ_{ij} を方向毎、連結要素数分集めたベクトルを $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_x^{\#}, \mathbf{p}_y^{\#}, \mathbf{p}_z^{\#})$ とする。最適化問題は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}(\mathbf{p})^{\#} \mathbf{K}(\mathbf{p}) \mathbf{d}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}(\mathbf{p})^{\#} \mathbf{F} \\ &&& \sum \rho_{ij} \leq \bar{n}_i \\ &\text{subject to} && (i=x, y, z, j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{d}$ 、 $\mathbf{K}$ および $\mathbf{F}$ はそれぞれ節点変位ベクトル、剛性マトリクスおよび外力ベクトルを表す。 $\bar{n}_i$ ($i=x, y, z$) は各方向に集約した ρ_{ij} の総和の上限値を表す。式(6)の制約条件は、最適化で割り当てる重み付けパラメータの投入量を制限している。また、 $\bar{n}_i/n_i$ はSIMP法²⁰⁾の体積分率に相当すると考えることができる。

最適化問題の解法は逐次二次計画法 (以下SQP)とする。SQPではSciPyの最適化ライブラリを用い、SLSQP²¹⁾を指定する。最適化の感度係数は差分近似とする。

4. 数値解析例

ここでは、収まりや施工性を踏まえ、母線方向の配置間隔を1 mで制限して最適化を行う。初期状態としてRef. modelを採用する。総数は $(n_x, n_y, n_z) = (56, 56, 56)$ となる。 ρ_{ij} の総和の上限値は $\bar{n}_i = 56$ とする。本例題は α_i および β_i の値に応じて4つのケースに分けて最適化を行う。各ケースにおける α_i および β_i を表3に示す。いずれのケースも $\beta_i \geq 1$ とする。すなわち、初期状態よりも各連結要素の剛性が増加することを許容する。また、各方向の剛性の総和は一定とし、不要な連結要素は低減・削除するように最適化を行う。Case A は、全ての方向で $\alpha_i=1$ とし、非整数値の解を許容する。Case Bは x 方向(軸・回転剛性)の $\alpha_x=4$ とし、一律に $\alpha_i=4$ としたケース(Case C)の結果と比較する。

面内・面外せん断方向の剛性はビス本数の増減により連続値で調整できる。一方、軸(引張)・曲げ剛性で用いるLSBは1本あたりの剛性・耐力が大きいため、極力離散値で最適化できることが望ましい。Case Dは β_x の上限を1以下に制限し、全方向にペナルティパラメータを課し、軸(引張)・回転剛性の増加を制限した場合に得られる解の特徴を確認する。

表3. 最適化ケース毎の α_i , β_i

	α_x	α_y	α_z	β_x	β_y	β_z
Case A	1			2		
Case B	4	1	1			
Case C	4					
Case D	4			1	2	2

表4. 目的関数と最大変位の値

	$d_{\max}$ (mm)	d_c (mm)	$f(\rho)$ (Nm)
Ref. Model	18.1	6.64	292
Case A	16.8	5.61	253
Case B	17.0	5.56	254
Case C	17.3	5.43	258
Case D	17.1	5.65	257

全てのケースで初期値をランダムに変更し、10回の最適化を行った。各ケースで目的関数が最小値となる時の最大変位 $d_{\max}$ 、中央部変位 d_c および目的関数値 $f(\rho)$ を表4に示す。Ref. modelと比べ、いずれの最適解においてもひずみエネルギーは約12%、最大変位は約4～7%、中央部変位は約15～18%減少している。

Case A～Case Dの最適解における重み付けパラメータの分布性状を図3～6に示す。重み付けパラメータのヒストグラムを図7に示す。横軸は重み付けパラメータの値(0.1刻み)を、縦軸は該当するパラメータの数を表す。

図3 (a), 4 (a)および図7 (a)をみると、 ρ_{xy} に関して $\alpha_x=4$ のペナルティパラメータを課すことにより、効果的に非整数値の発生を抑制できていることがわかる。重み付けパラメータは対角線方向に沿い、中央付近で重み付けされている。図4 (a)～6 (a)も併せてみると、同様の傾向が確認できる。Case Dはアーチ自由縁を除き、全て $\rho_{xy}=1$ で分布している。図3(b)～6(b)および図7 (b)を見ると、最下段連結部の面内せん断剛性が上限まで重み付けされており、剛性分布は α_y の値に関わらず同様となることが確認できる。この部分の剛性の重み付けがひずみエネルギーの低減に効果的であるといえる。更に、図3(c)-6(c)および図7 (c)を見ると、面外せん断剛性の重み付けパラメータは中央部で小さく、支点近傍で大きくなるように最適化されている。 $\alpha_z=4$ とすることにより非整数値の発生を抑制できるが、軸・回転剛性に比べ、重み付けパラメータの値は分散する傾向にある。ここで、表5においてCase CとCase Dを比べると、Case Cは中央部の変位は小さいが、最大変位や目的関数値はより厳しい制約条件が課されたCase Dよりも僅かに大きい値を示している。これは全ての方向でペナルティパラメータが課され、局所解に収束したことが原因と考えられる。 $\alpha_i \geq 1$ とする場合、局所解に収束する可能性があることを念頭に置く必要がある。

各ケースにおける最大主応力、最大面外せん断力の最大値の一覧を表5に、連結要素で生じる応力($F_{x\max}$, $F_{y\max}$, $F_{z\max}$ および $F_{R\max}$)の最大値の一覧を表6に示す。また、3方向の応力(面内せん断、面外せん断および曲げモーメント)において、重み付けパラメータ $\rho_{ij}=1$ あたりの応力(F_{yij}/ρ_{yij} , F_{zij}/ρ_{zij} および F_{Rij}/ρ_{zij})の最大値を算定し、表7に示す。表5よりCLTパネルの面内主応力に着目すると最大値は減少している。最下段から3段目までの面内せん断剛性が重み付けされたことにより立体効果が得られたことに起因している。面外主応力については負曲げモーメントが増加する一方、正曲げモーメントは減少している。また、表6を見ると、連結要素の応力はRef. modelと比べて面内せん断方向で最大約33%、回転方向で約12～21%増加しているケースが確認できる。しかしながら、表7を見ると、Case 6は $\beta_x \leq 1$ の制約に伴い、曲げモーメントの減少量は小さく、面外せん断力はRef. modelより若干増加している。他のケースでは $\rho_{ij}=1$ あたりの応力は減少している。先行研究⁶⁾を参

照すれば $\rho_{ij}=1$ における接合部の降伏耐力は軸(圧縮・引張), 面内せん断, 面外せん断, 回転方向でそれぞれ972 kN, 164 kN, 33.0 kN, 29.6 kNおよび7.38 kNmであり, 存在応力は十分小さな値であることがわかる。

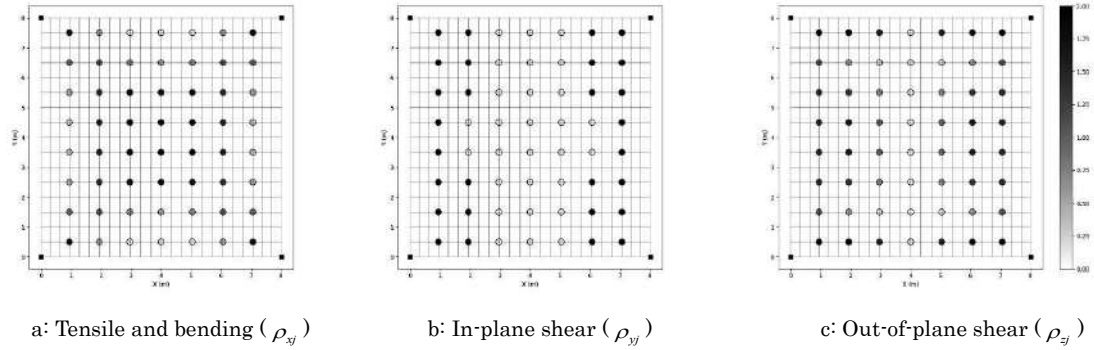


図3. 重み付けパラメータ分布図 (Case A)

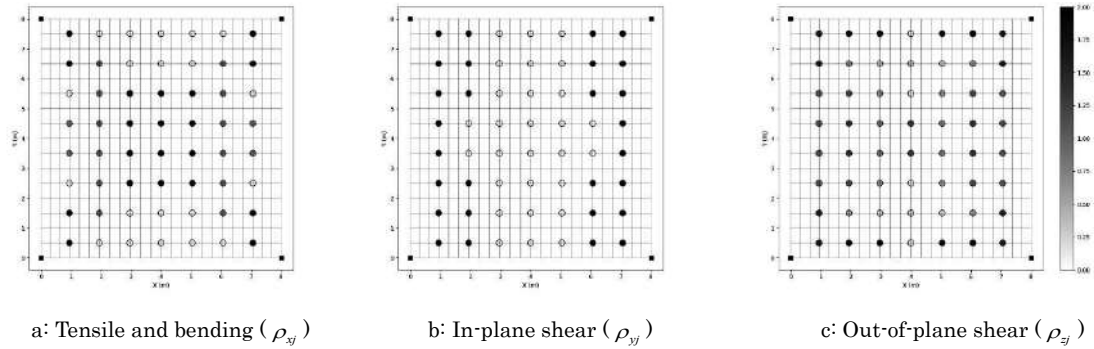


図4. 重み付けパラメータ分布図 (Case B)

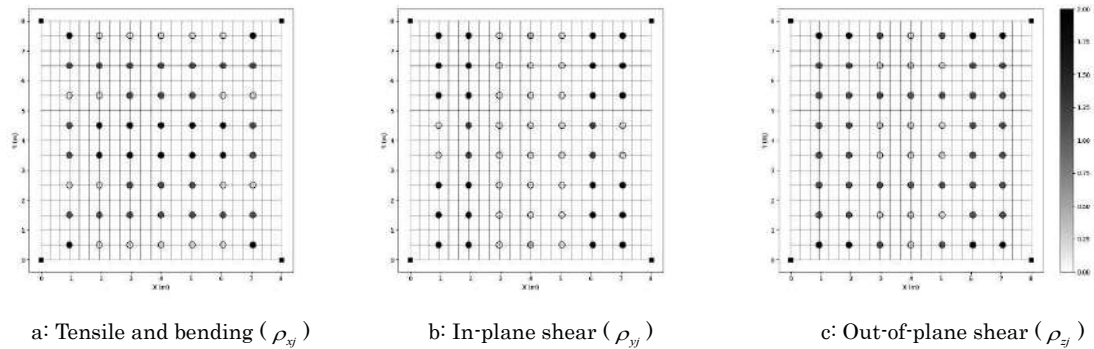


図5. 重み付けパラメータ分布図 (Case C)

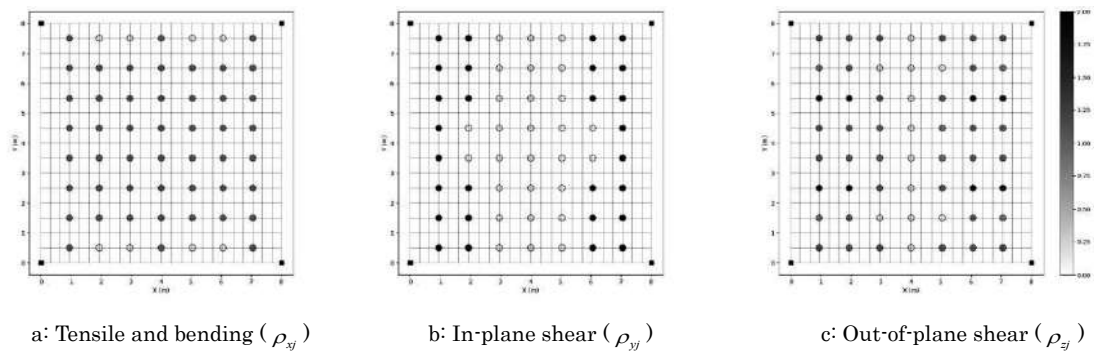


図6. 重み付けパラメータ分布図 (Case D)

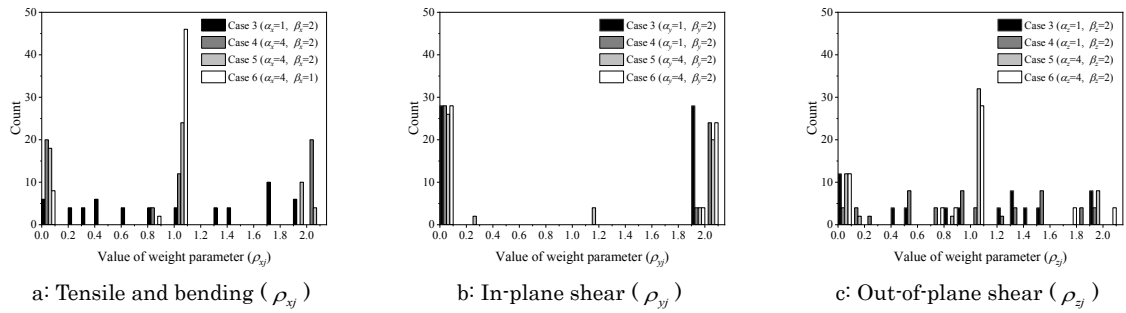


図7. 重み付けパラメータに関するヒストグラム

表5. Ref.modelおよび最適解(Case A-D)における最大主応力・最大面外せん断応力 (kN/m, kNm/m)

	$N_{\max}$	$N_{\min}$	$M_{\max}$	$M_{\min}$	$V_{\max}$
Ref. Model	28.6	-112	1.19	-0.442	2.07
Case 3	28.2	-107	1.09	-0.512	1.95
Case 4	28.4	-107	1.09	-0.508	1.92
Case 5	29.3	-108	1.10	-0.583	1.95
Case 6	28.6	-108	1.12	-0.479	1.97

表6. Ref.modelおよび最適解(Case A-D)の連結要素に生じる最大応力 (kN, kNm)

	$F_{x\max}$	$F_{y\max}$	$F_{z\max}$	$F_{R\max}$
Ref. Model	93.0	6.29	0.793	0.424
Case 3	90.2	8.33	0.838	0.514
Case 4	93.4	8.33	0.843	0.504
Case 5	95.2	8.39	0.862	0.474
Case 6	95.1	8.33	0.812	0.417

表7. Ref.modelおよび最適解(Case A-D)における F_{yj}/ρ_{yj} , F_{zj}/ρ_{zj} および F_{Rj}/ρ_{zj} の最大値 (kN, kNm)

	F_{yj} / ρ_{yj}	F_{zj} / ρ_{zj}	F_{Rj} / ρ_{zj}
Ref.Model	6.29	0.793	0.424
Case 3	4.16	0.419	0.257
Case 4	4.16	0.496	0.317
Case 5	4.19	0.454	0.346
Case 6	4.17	0.812	0.417

5. 結論

多軸方向に剛性を有する接合具とCLTパネルで構成された円筒シェルを対象とし、接合具の最適な構成を探索する方法として、連結要素の各方向の剛性に乗じる重み付けパラメータを設計変数とした最適化手法を提案した。数値解析例を通して重み付けパラメータと応力分布から解の有効性を確認した。本論文で得られた結論は次のように要約される。

- [1] 連結要素を各方向に剛性を有するばね要素でモデル化し、重み付けパラメータを設計変数、方向毎の重み付けパラメータの総和の上限を制約条件、ひずみエネルギーを目的関数として定式化した最適化問題を解くことにより、各方向の剛性分布を求めることができる。これらを重ね合わせ、力学性状に対応した連結要素の構成を計画することが可能である。
- [2] べき乗のペナルティパラメータを設定することにより、離散値に近い重み付けパラメータの分布を求めることができる。これにより連結要素の配置計画において、基準とする接合具を整数倍して設計できるので、実務上有用である。
- [3] ひずみエネルギーの最小化により、面外曲げ応力に対応するように円筒頂部中央付近から支

点位置へ向けて対角線状に曲げ剛性が重み付けされ、円筒裾部分の変位を抑制している。また、最下段から数段までのパネルで重ね梁のような立体効果が得られるように、面内せん断剛性が最適化される。面外せん断剛性は、荷重の負担に応じて中央部で小さく、端部で高くなる。

参考文献

- [1] CLT 設計施工マニュアル編集委員会: 2016 年版 CLT を用いた建築物の設計施工マニュアル, 公益財団法人日本住宅・木材技術センター, 2016. 10.
- [2] 村上勝英, 三松あずさ, 江坂佳賢, 塩崎征男, 小松賢司, 村上雅英: 重ね梁形式の CLT 二方向フラットスラブの設計方法に関する実験的研究, 日本建築学会技術報告集, 第 24 巻, 第 57 号, pp.607-612, 2018.6.
- [3] 江坂佳賢, 村上勝英, 三松あずさ, 本田貞光, 塩崎征男, 小松賢司, 村上雅英, 稲山正弘, 井田茉莉: CLT 二方向フラットスラブの設計用面外曲げ FEM 解析方法の開発と検証, 日本建築学会技術報告集, 第 26 巻, 第 62 号, pp.103-108, 2020.2.
- [4] 木構造振興株式会社, 公益財団法人日本住宅・木材技術センター(編): 平成 30 年度補正林野庁補助事業 CLT 建築実証支援事業報告書, pp.145-164, 2020.3.
- [5] C. Robeller, N. V. Haaren: Recycleshell: Wood-only Shell Structures Made from Cross-Laminated Timber (CLT) Production Waste, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol.61, No.2, n.204, pp.125-139, 2020.6.
- [6] 野田 賢, 金箱温春: 円弧状に連結された CLT シェルの構造設計に関する基礎的考察, 構造工学論文集, Vol.67B, pp.121-127, 2021.3.
- [7] 半谷裕彦: 構造物の形態解析と創生, 生産研究, 47 巻 1 号, pp.2-9, 1995.1.
- [8] M. Ohsaki and K. Hayashi, Force density method for simultaneous optimization of geometry and topology of trusses, Struct. Multidisc. Optim., Vol. 56(5), pp. 1157-1168, 2017.
- [9] 木村俊明, 大崎 純, 岡崎 綾, 鋼構造骨組のブレース配置と柱・梁断面の 同時最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 83, No. 752, pp. 1445-1454, 2018.10.
- [10] M. P. Bendsøe, N. Kikuchi, Generation optimal topologies in structural design using a homogenization method, Comp. Meth. appl. Mech, Engng., Vol. 71, pp.197-224, 1988.
- [11] 藤井大地, 江島 晋, 菊池 昇: 均質化設計法を用いた弾性変形機構の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, No. 528, pp. 99-105, 2000.2.
- [12] 藤井大地, 菊池 昇: 均質化設計法を用いた複合材料の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, No. 535, pp. 79-86, 2000.9.
- [13] 松本慎也, 春日康博, 藤井大地, 藤谷義信: 接合部のコストを考慮した半剛接鉄骨骨組の最小コスト解析, 日本建築学会構造系論文集, 第528号, pp.113-119, 2000.2.
- [14] T. Hagishita, M. Ohsaki: Optimal placement of braces for steel frames with semi-rigid joints by scatter search, Comp. & Struct., Vol. 86, Issues 21-22, pp.1983-1993, 2008.
- [15] 福島 敦, 浜田英明: 木造単層格子ラチスシェルの構造形態創生 形状・部材断面・接合部剛性の同時最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 I, pp.921-922, 2018.7.

- [16] 木構造振興株式会社, 公益財団法人日本住宅・木材技術センター(編): 平成 23 年度林野庁補助事業CLT パネルを用いた中高層建築物の構造計画と接合部性能の検証事業報告書, 2012.3.
- [17] 後藤隆洋, 鈴木 圭, 清水庸介, 安村 基, 津田千尋, 森 清輝, 三宅辰哉, 槌本敬大: クロス・ラミネイティド・ティンバーによる構造の耐震性能に関する研究 その 3. 接合部試験, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 構造 III, pp.309-310, 2012.7.
- [18] 公益財団法人日本住宅・木材技術センター(編): 平成 26 年度林野庁補助事業CLT 等新たな製品・技術活用建築物実証事業報告書, pp.95-116, 2015.3.
- [19] 日本建築学会(編): 木質構造設計規準・同解説 -許容応力度・許容耐力設計法-, 2006.12.
- [20] M. P. Bendsøe: Optimal shape design as a material distribution problem, Structural Optimization, Vol.1, pp.193-202, 1989
- [21] 日本建築学会(編): デザイン・コンピューティング入門 Pythonによる建築の形態と機能の生成・分析・最適化, コロナ社, 2017.
- [22] Open System for Earthquake Engineering Simulation (OpenSees), PEERC, UC Berkeley, <http://opensees.berkeley.edu/> (accessed 2021.9.4).